

2015年度実力テスト（数学・基礎問題）

2016年1月7日（木）
15:05～16:05 60分

解答上の注意

- 問題は全部で3題ある。全ての問題に解答すること。
- 各問題につき解答用紙一枚を使用すること。
- すべての解答用紙に学生番号、氏名を記入し、必ず 解答用紙の左上の受験科目に○をして問題番号を明記すること。
- 解答欄が不足する場合は裏面を使ってよい。ただしその旨を表面に明記すること。
- 解答用紙はすべて提出すること。
- 途中退出は不可とする。

1 以下の問に答えよ.

- (1) 関数 $f(x) = \log(1+x)$ の $x=0$ を中心としたテイラー展開 (マクローリン展開) を求めよ. 剰余項は不要だが, 一般項を書くこと.
- (2) $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1\}$ の表す部分を xy 平面上に図示せよ. また, 次の重積分の値を求めよ.

$$\iint_D \frac{1}{1+x+y} dx dy$$

- (3) 関数 $f(x, y) = 2xy - x^4 - y^4$ の極値をすべて求めよ.

2 以下の問に答えよ.

- (1) A を n 次正方行列とする. A の固有値および固有ベクトルの定義を述べよ.
- (2) A を n 次正方行列, P を n 次可逆 (正則) 行列とする. λ が A の固有値ならば, λ は $P^{-1}AP$ の固有値でもあることを示せ.
- (3) a を実数とすると, 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & a+1 & a-1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ が対角化可能かどうか判定せよ.

3 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$2\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} = t^3$$