

2014年度実力テスト（数学・基礎問題）

2015年1月8日（木）

15:05～16:05 60分

解答上の注意

- 問題は全部で3題ある。全ての問題に解答すること。
- 各問題につき解答用紙一枚を使用し、すべての解答用紙に学生番号、氏名を記入し、解答用紙の左上の授業科目欄に 必ず 問題番号を明記すること。
- 解答欄が不足する場合は裏面を使ってよい。ただしその旨を表面に明記すること。
- 解答用紙はすべて提出すること。
- 途中退出は不可。

1

(1) (i) $R > 0$ に対して、平面上の集合 D_R を

$$D_R = \{(x, y) ; x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq R^2\}$$

によって定めるとき、 $\iint_{D_R} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$ を R を用いて表せ.

(ii) (i) で $R \rightarrow \infty$ とすることにより $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$ の値を求めよ.

(2) 2 変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3axy + y^3$ の極値を求めよ. ただし, $a > 0$ とする.

2

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ とする.}$$

(1) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (ただし $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$) と, これらに対する固有ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ を求めよ.

(2) $\mathbf{a} = k_1\mathbf{v}_1 + k_2\mathbf{v}_2 + k_3\mathbf{v}_3$ となるような数の組 (k_1, k_2, k_3) を求めよ.

(3) $A^n\mathbf{v}_j = \lambda_j^n\mathbf{v}_j$ ($j = 1, 2, 3$) であることを用いて $A^n\mathbf{a}$ を求めよ.

3

次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) \frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}$$

$$(2) \frac{dy}{dx} + xy = x$$