

2017 年度
青山学院大学
大学院理工学研究科理工学専攻

博士前期課程(9月)入学試験

各コース共通問題 「数学」 問題冊子

受験番号：	氏名：
-------	-----

[注意事項]

1. 問題冊子は表紙を除いて2ページあり，問題は全部で6題ある．6題中3題を選択して解答せよ．
2. 解答冊子は表紙と3枚の解答用紙でできている．問題冊子表紙，解答冊子表紙およびすべての解答用紙に受験番号・氏名を忘れずに記入すること．
3. 問題1題ごとに解答用紙1枚を使い，必ず解答用紙左上の枠内に問題番号を記入すること．問題番号の記入がない場合，また2つ以上の番号の記入があった場合には，解答は無効とする．
4. 解答欄が足りない場合には，当該解答用紙の裏面も解答欄として使用してよい．その場合「裏面に続く」と表面の最後に明記すること．
5. 解答冊子，問題冊子とも必ず提出すること．

1

次の連立一次方程式の解を求めよ.

$$\begin{cases} -3x + (2a + 8)y + 5z = -7 \\ (-2a + 1)y - z = 2 \\ -2x + (3a + 8)y + 3z = -4 \end{cases}$$

2

$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ が行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ a & a+1 & -4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルであるとき, 以下の問に答えよ.

- (1) a の値と, v に対応する固有値を求めよ.
- (2) 行列 A の固有値をすべて求めよ.
- (3) 行列 A が対角化可能かどうか判定せよ. 対角化可能ならば, $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P をひとつ求めよ.

3

2変数関数

$$f(x, y) = (x^2 + xy + y^2)e^{-x}$$

の極大・極小を論ぜよ. 極値がある場合には, その値も求めること.

4

次の重積分の値を求めよ．ただし， R は正の定数とする．

- (1) $\iint_{D_1} \frac{y}{x} dx dy$ $D_1 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq \sqrt{x}\}$
- (2) $\iint_{D_2} \sqrt{y^2 - x^2} dx dy$ $D_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$
- (3) $\iint_{D_3} \sin(\pi y^2) dx dy$ $D_3 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$
- (4) $\iint_{D_4} e^{-x^2-y^2} dx dy$ $D_4 = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq R^2\}$

5

- (1) 次の関数に対して， $x = 0$ を中心としたテイラー展開を x^3 の項まで求めよ．剰余項は不要である．

(i) $\sin x$ (ii) $\log(1 + 3x)$ (iii) $\sqrt{1 + x}$

- (2) 次の極限を求めよ．

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{3}{\log(1 + 3x)} \right)$$

6

- (1) 次の全微分方程式を解け．

$$y(x^2 + \log y)dx + xdy = 0$$

- (2) 次の連立微分方程式の一般解を求めよ．

$$\frac{dx}{dt} = -x + 2y, \quad \frac{dy}{dt} = x$$