

2014 年度
青山学院大学
大学院理工学研究科理工学専攻

博士前期課程(9月)入学試験

各コース共通 「数学」 問題冊子

受験番号：	氏名：
-------	-----

[注意事項]

1. 問題冊子は表紙を除いて2ページあり，問題は全部で6題ある．6題中3題を選択して解答せよ．
2. 解答冊子は表紙と3枚の解答用紙でできている．問題冊子表紙，解答冊子表紙およびすべての解答用紙に受験番号・氏名を忘れずに記入すること．
3. 問題1題ごとに解答用紙1枚を使い，必ず解答用紙左上の枠内に問題番号を記入すること．問題番号の記入がない場合，また2つ以上の番号の記入があった場合には，解答は無効とする．
4. 解答欄が足りない場合には，当該解答用紙の裏面も解答欄として使用してよい．その場合，「裏面に続く」と表面の最後に明記すること．
5. 解答冊子，問題冊子とも必ず提出すること．

1 a を 0 でない実定数とする．このとき，次の連立方程式について，下の問に答えよ．

$$\begin{cases} ax + y + 3z = 1 \\ x + 3y + az = 3 \\ 3x + ay + z = a \end{cases}$$

- (1) 必ず解を持つことを示せ．
- (2) 2 個以上の解を持つような a の値を求めよ．

2 行列 $A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して次の問に答えよ．

- (1) A の固有値を求めよ．
- (2) A は対角化可能か．可能ならば， $P^{-1}AP$ が対角行列となる正則行列 P を 1 つ求めよ．
- (3) A^n を求めよ．

3 2 変数関数 $f(x, y) = x^4 + 2y^2 + 2x^2 - 8xy$ の極値を求めよ．

4 次の重積分の値を求めよ．

$$(1) \iint_{D_1} xy^3 \, dx dy, \quad D_1 = \{(x, y); 0 \leq y \leq x \leq 2\}$$

$$(2) \iint_{D_2} \sin(y^2) \, dx dy, \quad D_2 = \{(x, y); 0 \leq x \leq y \leq \sqrt{\pi}\}$$

$$(3) \iint_{D_3} \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} \, dx dy, \quad D_3 = \{(x, y); 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

5

(1) 以下の関数の $x = 0$ を中心としたテイラー展開（マクローリン展開）を求めよ．剰余項は不要であるが，一般項を書くこと．なお，(i), (ii) については展開の導出過程を書く必要はない．

$$(i) \log(1 + x) \quad (ii) \cos x \quad (iii) \log(2 - x)$$

(2) $\log(1 + \cos 2x)$ をべき級数（整級数）に展開したときの 0 でない最初の 3 項までを書き下せ．

6

微分方程式

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - 4 \frac{dx}{dt} + 3x = t$$

の一般解を求めよ．